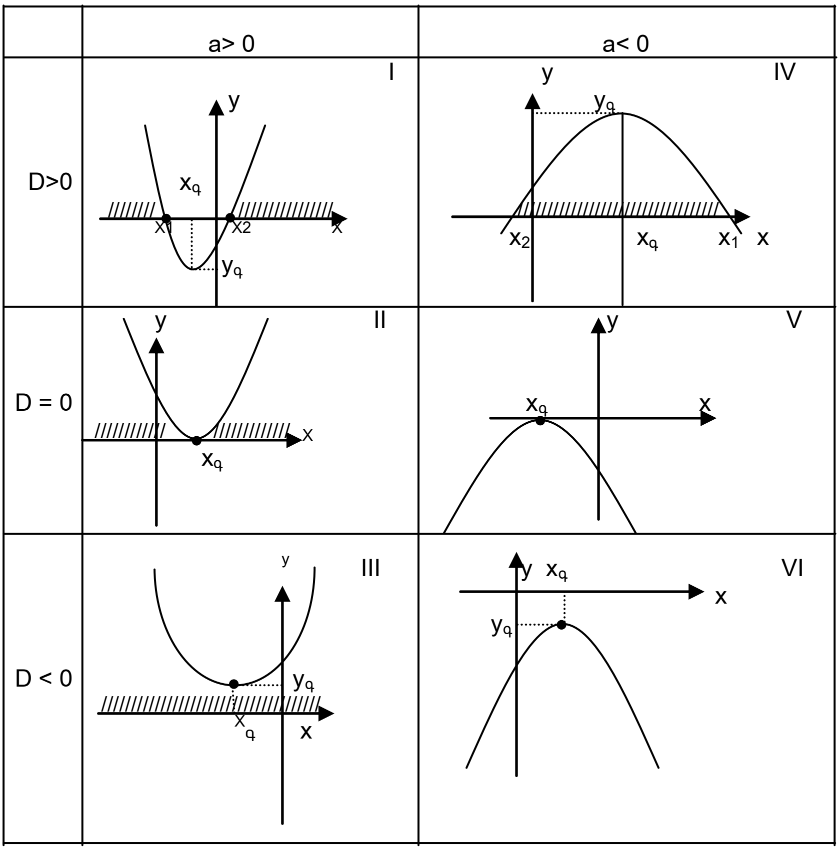
Քառակուսի եռանդամի հետազոտումը

$f(x)=ax^2+bx+c$ տեսքի արտահայտությունը, որտեղ a-ն, b-ն և c-ն տված թվեր են (ընդ որում $a\neq 0$), կոչվում է քառակուսի եռանդամ:
Քառակուսի եռանդամի գրաֆիկը կոչվում է պարաբոլ. այն կառուցելու համար նախ գտնում են պարաբոլի գագաթի կոորդինատները հետևյալ բանաձևերով`

$$x_{գ}=-\frac{b}{2a},\qquad y_{գ}=-\frac{D}{4a}$$

Դրանից հետո կախված a-ի և D –ի ($D=b^2-4ac$) նշաններից բոլոր հնարավոր դեպքերը բերված են հետևյալ աղյուսակում`



a>0 դեպքում քառակուսի եռանդամը սահմանափակ չէ վերևից, բայց սահմանափակ է ներքևից, ընդ որում իր փոքրագույն արժեքն ընդունում է $x_{գ}$ կետում:

a<0 դեպքում քառակուսի եռանդամը սահմանափակ չէ ներքևից, բայց սահմանփակ է վերևից, ընդ որում իր մեծագույն արժեքն ընդունում է $x_գ$ կետում:

D>0 դեպքում եռանդամը ունի 2 արմատ՝ $x_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$

եթե $a > 0$, ապա $x_2 > x_1$, եթե $a < 0$, ապա $x_1 > x_2$

նկատենք , որ $x_գ = \frac{x_1 + x_2}{2}$, այսինքն եռանդամի արմատները դասավորված են (համաչափ) սիմետրիկ $x_գ$-ի նկատմամբ:

$x = x_գ$ ուղիղը կոչվում է պարաբոլի առանցք:

D = 0-ի դեպքում եռանդամը ունի մեկ արմատ՝ $x_1 = x_2 = x_գ = -\frac{b}{2a}$:

Այս դեպքում ասում են, որ քառակուսի եռանդամը հանդիսանում է լրիվ քառակուսի: Այսպիսով, որպեսզի $ax^2 + bx + c$ եռանդամը հանդիսանա լրիվ քառակուսի, պետք է $\begin{cases} a \neq 0 \\ D = 0 \end{cases}$

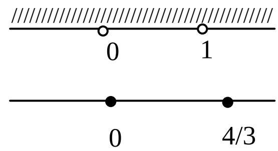
D < 0 դեպքում եռանդամը արմատներ չունի:

Տիպային վարժությունների լուծումներ

Օրինակ 1. a պարամետրի ինչպիսի արժեքների դեպքում նշված հավասարումն ունի մեկ արմատ $\left(a^2-a\right)x^2+ax+1=0$ (10-րդ դաս. N369)

Լուծում. Եթե a^2-$a\neq 0$, ապա ունենք քառակուսի հավասարում, որը մեկ արմատ կունենա, եթե D=0: Այսպիսով, պետք է լուծել հետևյալ համակարգը`

$$\begin{cases} a^2-a\neq 0 \\ a^2-4\left(a^2-a\right)=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a(a\text{-}1)\neq 0 \\ 4a-3a^2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a\neq 0, a\neq 1 \\ a=0, a=\dfrac{4}{3} \end{cases}$$



$$a=\frac{4}{3}$$

Եթե $a^2-a=0$, ապա a=0 կամ a=1:
a=0 դեպքում սկզբնական հավասարումը կընդունի հետևյալ տեսքը` $\left(0^2-0\right)x^2+0x+1=0, 0x=-1,\ \phi$, այսինքն a=0-ն չի բավարարում խնդրի պահանջին:
a=1 դեպքում` $(1\text{-}1)x^2+1x+1=0,\ x=-1$ (մեկ արմատ), այսինքն a=-1-ը բավարարում է խնդրի պահանջին:

Պատ` $a=\dfrac{4}{3}; a=1$

Օրինակ 2. a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում ֆունկցիաների գրաֆիկներն ունեն մեկ ընդհանուր կետ:

$$y=\left(6-a-a^2\right)x^2+1 \text{ և } y=2(2-a)x$$

Խնդրի պայմանը նշանակում է, որ $\left(6-a-a^2\right)x^2+1=2(2-a)x$ հավասարումն ունի մեկ լուծում (մնացածը տես Օրինակ 1)

Օրինակ 3 (10-րդ դաս. N372) p պարամետրի ի՞նչ արժեքների դեպքում $y=3x^2+px+4$ և $y=-x^2+7x+p$ ֆունկցիաների գրաֆիկները
ա) չեն հատվի, բ) կհատվեն մեկ կետում, գ) կհատվեն երկու կետում:
Լուծում. Խնդրի պահանջը նշանակում է, որ $3x^2+px+4=-x^2+7x+p$;
$\Rightarrow\ 4x^2+(p-7)x+4-p=0$ հավասարումը
ա) լուծում չունի` D<0
բ) ունի մեկ լուծում` D=0 . . .
գ) ունի երկու լուծում` D>0

Օրինակ 4. a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում $\left(a^2-7\right)x^2+2(a-1)x+2<0$ անհավասարությունը տեղի ունի ամբողջ թվային առանցքի վրա, այսինքն նրա լուծումների բազմությունը $x\in(-\infty;+\infty)$-ն է: (10-րդ դաս. N395)

Լուծում. եթե $a^2-7\neq 0$, ապա ունենք քառակուսի անհավասարություն, որի պատասխանը կլինի $(-\infty;+\infty)$, եթե

$$\begin{cases} a^2-7<0 \\ D<0 \end{cases} \begin{cases} a^2-7<0 \\ 4(a-1)^2-8(a^2-7)<0 \end{cases} \cdots \ (*)$$ և այլն

եթե $a^2-7=0$, ապա $a=\sqrt{7}$ կամ $a=-\sqrt{7}$

$a=\sqrt{7}$ դեպքում կունենանք $0x^2+2(\sqrt{7}-1)x<-2,\ x<\dfrac{-1}{\sqrt{7}-1}$

$a=-\sqrt{7}$ դեպքում կստացվի $x>\dfrac{1}{\sqrt{7}+1}$, այսինքն $a=\sqrt{7}$ և $a=-\sqrt{7}$ արժեքները չեն բավարարում խնդրի պայմանին, հետևաբար (*)-ի պատասխանը կլինի վերջնականը:

Օրինակ 5. a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում անհավասարումը բավարարվում է ամբողջ թվային առանցքի վրա: (10-րդ դաս. N395(բ))

$$(a+1)x^2-(a+1)x-3\leq 0 \quad (1)$$

Եթե $a+1\neq 0$, ապա (1)-ը քառակուսի անհավասարություն է, որի պատասխանը կլինի $(-\infty;+\infty)$, եթե՝ $\begin{cases} a+1<0 \\ D\leq 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} a<-1 \\ a^2+14a+13\leq 0 \end{cases} \cdots \Rightarrow a\in[-13;-1)$$

Եթե a+1=0, ապա a=-1: Տեղադրելով (1) անհավասարման մեջ, կստանանք $0x\leq 3,\ x\in(-\infty;+\infty)$, այսինքն a=-1-ը նույնպես բավարարում է խնդրի պահանջին:

$$\text{Պատ՝ } a\in[-13;-1)\cup\{-1\}=[-13;-1]$$

Օրինակ 6. (10-րդ դաս. N396) Գտնել a պարամետրի այն արժեքները, որոնց դեպքում անհավասարման լուծումը ամբողջ թվային առանցքն է՝

$$\frac{x^2-ax-2}{x^2-3x+4}>-1 \qquad (1)$$

Լուծում. քանի որ x^2-3x+4 եռանդամի դիսկրիմինանտը՝ D=9-16<0, ապա x^2-3x+4-ը դրական է x-ի ցանկացած արժեքի համար, ուստի (1)-ի երկու մասը բազմապատկելով x^2-3x+4-ով, կստանանք նրան համարժեք անհավասարություն՝ $x^2-ax-2>-x^2+3x-4 \Rightarrow 2x^2-(a-3)x+2>0$

Իսկ այդ անհավասարության պատասխանը կլինի $(-\infty;+\infty)$, եթե D<0, $(a-3)^2-16<0\cdots$ և այլն:

Օրինակ 7(10-րդ դաս. N 400): a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում ֆունկցիան որոշված է ամբողջ թվային առանցքի վրա.

$$y=\sqrt{x^2+6x+(a+2)^2}+\sqrt[4]{x^2-(a+1)x+9}$$

Լուծում. Խնդրի պահանջը նշանակում է, որ $\begin{cases} x^2+6x+(a+2)^2\geq 0 \\ x^2-(a+1)x+9\geq 0 \end{cases}$

համակարգի լուծումների բազմությունը $(-\infty;+\infty)$-ն է, իսկ դա տեղի կունենա, եթե $\begin{cases} D_1\leq 0 \\ D_2\leq 0 \end{cases} \begin{cases} 36-4(a+2)^2\leq 0 \\ (a+1)^2-36\leq 0 \end{cases}\cdots$

Օրինակ 8. a-ի ինչ արժեքների դեպքում $x^2-ax-6a<0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը 5-ից մեծ երկարություն ունեցող հատված է: (10-րդ դաս. N 389)

Լուծում. $D=a^2+24a$, եթե D>0, ապա՝

$x_1=\dfrac{a-\sqrt{a^2+24a}}{2};x_2=\dfrac{a+\sqrt{a^2+24a}}{2}\Rightarrow x\in(x_1;x_2)$, իսկ քանի որ $(x_1;x_2)$ միջակայքի երկարությունը x_2-x_1-ն է, ապա ստանում ենք հետևյալ անհավասարությունը՝ $\dfrac{a+\sqrt{a^2+24a}}{2}-\dfrac{a-\sqrt{a^2+24a}}{2}>5\cdots$ և այլն:

Օրինակ 9. (8-րդ դաս. էջ 13) a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումներն ունեն հավասար թվով արմատներ՝ $ax^2-4x-3=0$ և $ax^2+x+4=0$

Լուծում.

Եթե a=0, ապա և առաջին և երկրորդ հավասարումներն ունեն մեկական արմատ, ուստի a=0-ն բավարարում է խնդրի պայմանին:

Եթե $a\neq 0$, ապա երկուսն էլ քառակուսի հավասարումներ են, որոնք կունենան հավասար թվով արմատներ, եթե նրանց դիսկրիմինանտների նշանները համընկնում են, այսինքն՝ $\begin{cases} a\neq 0 \\ D_1>0 \\ D_2>0 \end{cases}\cup\begin{cases} a\neq 0 \\ D_1<0 \\ D_2<0 \end{cases}\cup\begin{cases} a\neq 0 \\ D_1=0 \\ D_2=0 \end{cases}$, որտեղ

$D_1=16+2a$

$D_2=1-16a$

Այս համակարգի լուծումների բազմությանը ավելացնելով a=0 կետը, կստանանք վերջնական պատասխանը:

Օրինակ 10(8-րդ դաս, էջ 13N23) Նշեք a-ի որևէ արժեք, որի դեպքում եռանդամներն ունեն գոնե մեկ ընդհանուր արմատ՝ x^2+ax+1 և x^2+x+a
Լուծում. Դիցուք x_0-ն այս եռանդամների ընդհանուր արմատն է, այսինքն՝

$$\begin{cases} x_0^2+ax_0+1=0 \\ x_0^2+x_0+a=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_0^2+x_0\left(-x_0^2-x_0\right)+1=0 (1) \\ a=-x_0^2-x_0 \end{cases}$$

Լուծենք (1)-ը՝ $x_0^2-x_0^3-x_0^2+1=0$, $x_0^3=1,\ x_0=1 \Rightarrow a=-1^2-1=-2$

Ստուգելով կհամոզվենք, որ x^2-2x+1 և x^2+x-2 եռանդամներն ունեն ընդհանուր արմատ՝ x=1:

Պատ՝ a=-2

Օրինակ 11. Գտնել b-ն և c-ն, եթե $-x^2-(b-c)x+(3b-2c)\geq 0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը [2; 6] միջակայքն է: (10-րդ դաս. 392)

$$x^2+(b-c)x+(2c-3b)\leq 0$$

Եթե D>0, ապա այս անհավասարության լուծումների բազմությունը $[x_1;x_2]$-ն է: Ուստի $x_1=2$, $x_2=6$: Ըստ Վիետի թեորեմի՝

$$\begin{cases} x_1+x_2=-(b-c) \\ x_1x_2=2c-3b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2+6=-(b-c) \\ 2\cdot 6=2c-3b \end{cases} \cdots \text{ և այլն}$$

Պատ՝ b=4, c=12

Օրինակ 12. a-ի և b-ի հ՞նչ արժեքների դեպքում $y=\lg\left(-1-b+2a-3x^2-4x(a+b)\right)$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը (2; 5) միջակայքն է: (10-րդ դաս. N 398 (բ))
Լուծում. Խնդրի պահանջը նշանակում է, որ

$$-1-b+2a-3x^2-4x(a+b)>0 \Rightarrow 3x^2+4x(a+b)-(2a-b-1)<0 \quad (1)$$

անհավասարության լուծումների բազմությունը (2;5) միջակայքն է:
(1)-ի պատասխանը կլինի $(x_1;x_2)$ միջակայքը, որտեղ x_1 և x_2-ը եռանդամի արմատներն են:
Որպեսզի ֆունկցիայի որոշման տիրույթը (2; 5) միջակայքը լինի, պետք է՝

$x_1=2$

$x_2=5$

Ըստ Վիետի թեորեմի՝ $$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-4(a+b)}{3}=7 \\ x_1x_2=\dfrac{(2a-b-1)}{3}=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4(a+b)=21 \\ -(2a-b-1)=30 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b=-\dfrac{21}{4} \\ 2a-b-1=-30 \end{cases} \quad a=-\frac{137}{12};\ b=\frac{37}{6}$$

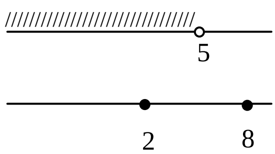
Պատ՝ $\left(-\dfrac{137}{12};\ \dfrac{37}{6}\right)$

Օրինակ 13. a-ի ինչ արժեքների դեպքում արտահայտությունը իմաստ ունի x-ի միայն մեկ արժեքի համար: (10-րդ դաս. N397)

$$\sqrt{(a-5)x^2-2(2-a)x+2a-4}$$

Խնդրի պահանջը նշանակում է, որ $(a-5)x^2-2(2-a)x+2a-4\ge 0(1)$ անհավասարության լուծումների բազմությունը պետք է լինի մեկ կետ:
Եթե $a-5\neq 0$, ապա (1)-ը քառակուսի անհավասարություն է, որի լուծումների բազմությունը կլինի մեկ կետ, եթե՝

$$\begin{cases} a-5<0 \\ D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a<5 \\ D=(2(2-a))^2-4(a-3)(2a-4)=0 \end{cases} \cdots \begin{cases} a<5 \\ a=8,\ a=2 \end{cases}$$



a=2

Եթե a-5=0, ապա a=5 և (1)-ը կընդունի հետևյալ տեսքը՝
$(5-5)x^2-2(2-5)x+2\cdot 5-4\ge 0,\ 6x\ge -1,\ x\ge -1,$ այսինքն a=5-ը չի բավարարում խնդրի պայմանին:

Պատ՝ a=2

Օրինակ 14. a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումը լուծում չունի: (10-րդ դաս. N 363)

$$(a-12)x^2+2(a-12)x+1=0 \ \ (1)$$

Եթե $a-12\neq 0$, ապա (1)-ը քառակուսի հավասարում է, որը լուծում չի ունենա, եթե՝

$$\begin{cases} a-12\neq 0 \\ D<0 \end{cases} \quad \begin{cases} a\neq 12 \\ (2(a-12))^2-4(a-12)<0 \end{cases} \quad \begin{cases} a\neq 12 \\ a^2-25a+156<0 \end{cases} \cdots$$ և այլն

$\Rightarrow a\in(12;13)$

Եթե a-12=0, ապա a=12 և (1)-ը կընդունի հետևյալ տեսքը՝
$(12-12)x^2+2(12-12)x+1=0 \quad 0x=-1,\phi$, այսինքն a=12-ը նույնպես բավարարում է խնդրի պայմանին:

Պատ՝ $[12;\ 13)$

Օրինակ 15(10-րդ դաս. N545): Գտնել a պարամետրի այն արժեքները, որոնց դեպքում $x^2+(3a-4)|x|+7-3a=0\ (1)$ հավասարումն արմատ չունի:

Լուծում. Հաշվի առնելով, որ $x^2=|x|^2$ նշ. $|x|=y$

$y^2+(3a-4)y+7-3a=0\quad (2)$

Պարզ է, որ (1)-ը լուծում չունի, եթե (2)-ը կամ լուծում չունի, կամ ունի բացասական արմատներ, այսինքն $D<0$ կամ $\begin{cases} D\ge 0 \\ y_1<0 \\ y_2<0 \end{cases}$

Ըստ Վիետի թեորեմի $\begin{cases} y_1+y_2=-(3a-4) \\ y_1y_2=7-3a \end{cases}$, քանի որ $\begin{cases} y_1<0 \\ y_2<0 \end{cases}$ համարժեք է $\begin{cases} y_1+y_2<0 \\ y_1y_2>0 \end{cases}$ պայմանին, ապա պետք է լուծել հետևյալ համախումբը՝

$$\left[\begin{array}{l} (3a-4)^2-4(7-3a)<0 \\ \begin{cases} (3a-4)^2-4(7-3a)\ge 0 \\ -3a+4<0 \\ 7-3a>0 \end{cases} \end{array}\right. \dots$$

Օրինակ 16. a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումն ունի մեկից ոչ պակաս արմատ: (8-րդ դաս, էջ13, N20(ե))

$$2a(a-1)x^2+ax+1=0\ (1)$$

Եթե $2a(a-1)\ne 0$, ապա (1)-ը քառակուսի հավասարում է և որպեսզի այն ունենա գոնե մեկ արմատ, պետք է $D\ge 0$: Այսպիսով՝

$$\begin{cases} D\ge 0 \\ 2a(a-1)\ne 0 \end{cases}\quad \begin{cases} D=a^2-8a(a-1)=8a-7a^2\ge 0 \\ a\ne 0, a\ne 1 \end{cases} \dots \text{ և այլն}$$

$$\Rightarrow a\in(0;1)\cup\left(1;\frac{8}{7}\right]$$

Եթե 2a(a-1)=0, ապա a=0 կամ a=1:

a=0 դեպքում (1)-ը կընդունի հետևյալ տեսքը՝ $2\cdot 0(0-1)x^2+0\cdot x+1=0$, $0\cdot x=-1$, ϕ, այսինքն a=0-ն չի բավարարում:

a=1 դեպքում կստանանք՝ $2\cdot 1(1-1)x^2+1\cdot x+1=0$, x=-1, այսինքն a=1-ը բավարարում է խնդրի պայմանին:

$$\text{Պատ՝}\ (0;1)\cup\left(1;\frac{8}{7}\right]\cup\{1\}=\left(0;\frac{8}{7}\right]$$

Օրինակ 17. a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումն ունի երկու տարբեր արմատներ: (8-րդ դաս, էջ41, N12)

$$ax^2-2x+(2a+1)=0 \quad (1)$$

Եթե $a\neq 0$, ապա ունենք քառակուսի հավասարում, որը երկու տարբեր արմատներ կունենա, եթե` $\begin{cases} D>0 \\ a\neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} D=4-4a(2a+1)=-8a^2-4a+4>0 \\ a\neq 0 \end{cases}$ $\cdots$

և այլն

Եթե a=0, ապա (1)-ը կընդունի հետևյալ տեսքը` $0\cdot x^2-2x+2\cdot 0+1=0$

$-2x=-1;\ \ x=\frac{1}{2}$, այսինքն a=0-ն չի բավարարում խնդրի պայմանին:

Պատ` $(-1;0)\cup\left(0;\frac{1}{2}\right)$

Օրինակ 18. a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումն ունի միևնույն նշանի երկու տարբեր արմատներ: (10-րդ դաս, N380(ա))

$$x^2-2ax+(a^2-a-2)=0$$

Որպեսզի հավասարումն ունենա միևնույն նշանի երկու տարբեր արմատներ, պետք է, որ` $\begin{cases} x_1x_2>0 \\ D>0 \end{cases}$

Ըստ Վիետի թեորեմի` $x_1x_2=a^2-a-2$,

$\begin{cases} a^2-a-2>0 \\ D=4a^2-4(a^2-a-2)=4a+8>0 \end{cases}$ $\cdots$ և այլն

Պատ`$(-2;-1)\cup(2;+\infty)$

Օրինակ 19. a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումն ունի տարբեր նշանի արմատներ: (10-րդ դաս. N 380(բ))

$$x^2-(3k+1)x+k+2=0$$

Որպեսզի հավասարումն ունենա տարբեր նշանի արմատներ, պետք է, որ`

$\begin{cases} D>0 \\ x_1\cdot x_2<0 \end{cases}$ $\begin{cases} (3k+1)^2-4(k+2)>0 \\ k+2<0 \end{cases}$ $\cdots$

Դիտողություն. Այստեղ $D>0$ պայմանը կարելի է չգրել, որովհետև եթե $x^2+px+q=0$ հավասարման մեջ $q<0$, ապա $D=p^2-4q>0$:

Օրինակ 20. a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումն ունի երկու արմատ, երկուսն էլ դրական: (10-րդ դաս. N380 (գ))

$$x^2+(a-1)x+(a+2)=0$$

Որպեսզի հավասարումն ունենա երկու արմատ, երկուսն էլ դրական, պետք է, որ`

$$\begin{cases} D > 0 \\ x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{cases} \text{ Ըստ Վիետի թեորեմի՝ } \begin{cases} x_1 x_2 = a + 2 \\ x_1 + x_2 = 1 - a \end{cases}$$

Քանի որ $x_1 > 0$ և $x_2 > 0$ պայմանը համարժեք է $\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases}$-ին

ապա պետք է լուծել հետևյալ անհավասարումների համակարգը՝

$$\begin{cases} D > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \begin{cases} (a-1)^2 - 4(a+2) > 0 \\ a + 2 > 0 \\ 1 - a > 0 \end{cases} \quad \cdots$$

Պատ՝ (-2; -1)

<u>Օրինակ 21.</u> a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումն ունի երկու արմատ, երկուսն էլ բացասական: (10-րդ դաս. N380 (դ))

$$x^2 - (1+3a)x + (6-15a) = 0$$

Որպեսզի հավասարումն ունենա երկու արմատ, երկուսն էլ բացասական, պետք է, որ՝

$$\begin{cases} D > 0 \\ x_1 < 0 \\ x_2 < 0 \end{cases} \text{ Ըստ Վիետի թեորեմի՝ } \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 + 3a \\ x_1 x_2 = 6 - 15a \end{cases}$$

Քանի որ $x_1 < 0$ և $x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 < 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases}$

ապա պետք է լուծել հետևյալ համակարգը՝

$$\begin{cases} D > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \begin{cases} (1+3a)^2 - 4(6-15a) > 0 \\ 1 + 3a < 0 \\ 6 - 15a > 0 \end{cases} \quad \cdots$$

Պատ՝ $\left(-\infty; -\frac{23}{3}\right)$

<u>Օրինակ 22.</u> a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումն ունի երկու արմատ, երկուսն էլ մեծ x_0-ից: (10-րդ դաս. 380 (գ))

$$x^2 - 2ax - (a-8) = 0, \ x_0 = 1$$

Որպեսզի հավասարումն ունենա երկու արմատ, երկուսն էլ մեծ x_0-ից, պետք է, որ՝

$$\begin{cases} D>0 \\ x_1>1 \\ x_2>1 \end{cases} \begin{cases} D>0 \\ x_1-1>0 \\ x_2-1>0 \end{cases}$$ Ըստ Վիետի թեորեմի՝ $\begin{cases} x_1+x_2=2a \\ x_1x_2=8-a \end{cases}$

Քանի որ $x_1-1>0,\ x_2-1>0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1-1)(x_2-1)>0 \\ (x_1-1)+(x_2-1)>0 \end{cases}$

ապա պետք է լուծել հետևյալ համակարգը՝

$$\begin{cases} D>0 \\ (x_1-1)(x_2-1)>0 \\ (x_1-1)+(x_2-1)>0 \end{cases} \quad \begin{cases} D>0 \\ x_1x_2-x_1-x_2+1>0 \\ x_1+x_2-2>0 \end{cases} \quad \begin{cases} (2a)^2+4(a-8)>0 \\ 8-a-2a+1>0 \\ 2a-2>0 \end{cases} \cdots$$

Պատ՝ $\left(\frac{1}{2}\left(\sqrt{33}-1\right);3\right)$

<u>Օրինակ 23.</u> a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումն ունի երկու արմատ, երկուսն էլ փոքր x_0-ից: (10-րդ դաս. N380 (ե))

$$x^2+(3a+12)x+(10a+40)=0;\ x_0=-5$$

Որպեսզի հավասարումն ունենա երկու արմատ, երկուսն էլ փոքր x_0-ից, պետք է, որ՝

$$\begin{cases} D>0 \\ x_1<x_0 \\ x_2<x_0 \end{cases} \begin{cases} D>0 \\ x_1<-5 \\ x_2<-5 \end{cases} \begin{cases} D>0 \\ x_1+5<0 \\ x_2+5<0 \end{cases}$$ Ըստ Վիետի թեորեմի՝ $\begin{cases} x_1+x_2=-(3a+12) \\ x_1x_2=10a+40 \end{cases}$

Քանի որ $x_1+5<0$ և $x_2+5<0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1+5)(x_2+5)>0 \\ (x_1+5)+(x_2+5)<0 \end{cases}$, ապա

ստանում ենք հետևյալ համակարգը $\begin{cases} D>0 \\ (x_1+5)(x_2+5)>0 \\ (x_1+5)+(x_2+5)<0 \end{cases}$

$$\begin{cases} D>0 \\ x_1x_2+5x_1+5x_2+25>0 \\ x_1+x_2+10<0 \end{cases} \quad \begin{cases} (3a+12)^2-4(10a+40)>0 \\ 10a+40+5(-3a-12)+25>0 \cdots \\ -3a-12+12<0 \end{cases}$$

Պատ՝ $\left(\frac{4}{9};1\right)$